

SCOMPOSIZIONE IN FATTORI DEI POLINOMI

SIGNIFICA SCRIVERE I POLINOMI COME PRODOTTO DI POLINOMI

IN SINTESI

DATO UN POLINOMIO:

1) PROVARE SEMPRE IL RACCOGLIMENTO TOTALE

2) QUANDO HA 2 TERMINI:

- DIFFERENZA DI QUADRATI $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$
- DIFFERENZA DI CUBI $A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + B^2 + AB)$
- SOMMA DI CUBI $A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 + B^2 - AB)$

3) QUANDO HA 3 TERMINI:

- QUADRATO DI BINOMIO $A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2$
 $A^2 - 2AB + B^2 = (A - B)^2$
- TRINOMIO SPECIALE/CARATTERISTICO

4) QUANDO HA 4 TERMINI:

- RACCOGLIMENTO PARZIALE
- CUBO DI BINOMIO $A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3 = (A + B)^3$
 $A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3 = (A - B)^3$
- RUFFINI

5) QUANDO HA 5 TERMINI:

- RUFFINI

6) QUANDO HA 6 TERMINI:

- RACCOGLIMENTO PARZIALE
- QUADRATO DI TRINOMIO

$$A^2 + B^2 + C^2 + 2AB + 2AC + 2BC = (A + B + C)^2$$

- RUFFINI

RACCOGLIMENTO TOTALE

QUANDO? sempre

SI SCRIVONO DAVANTI ALLA PARENTESI IL NUMERO (DIVISORE COMUNE) E LE LETTERE (SCEGLIENDO L'ESPONENTE MINORE) COMUNI, DENTRO LA PARENTESI SI SCRIVE IL RISULTATO DELLA DIVISIONE TRA IL TERMINE INIZIALE E IL FATTORE COMUNE

$$6ax + 3ay = 3a(2x + y)$$

\swarrow \swarrow
 $6ax : 3a = 2x$ $3ay : 3a = y$

$$-15x^4y^2 + 10x^3y + 5x^2y = 5x^2y(-3x^2y + 2x + 1)$$

\swarrow \swarrow \swarrow
 $-15x^4y^2 : 5x^2y = -3x^2y$ $10x^3y : 5x^2y = 2x$ $5x^2y : 5x^2y = 1$

RACCOGLIMENTO A FATTORE PARZIALE

QUANDO? IL POLINOMIO HA UN NUMERO PARI DI TERMINI.

- SI RACCOGLIE (METTE IN EVIDENZA) UN TERMINE COMUNE A DUE TERMINI E UN ALTRO TERMINE COMUNE AGLI ALTRI DUE TERMINI.
- SI SCRIVE DAVANTI ALLA PARENTESI IL TERMINE COMUNE E DENTRO LA PARENTESI SI SCRIVE IL RISULTATO DELLA DIVISIONE TRA IL TERMINE INIZIALE E IL TERMINE COMUNE.
- ALLA FINE DENTRO LE DUE PARENTESI CI DEVE ESSERE LO STESSO POLINOMIO

$$\begin{array}{c}
 2x - x^2 + 6b - 3xb = x(2 - x) + 3b(2 - x) \\
 \begin{array}{ccc}
 \swarrow \quad \searrow & & \swarrow \quad \searrow \\
 x & & 3b
 \end{array} \\
 \begin{array}{c}
 \downarrow \qquad \downarrow \qquad \downarrow \qquad \downarrow \\
 -x^2 : x = -x \\
 2x : x = 2 \\
 -3xb : 3b = -x \\
 6b : 3b = 2
 \end{array}
 \end{array}$$

- SI RACCOGLIE IL POLINOMIO UGUALE (QUELLO DENTRO LA PARENTESI)
- NELLA SECONDA PARENTESI SI SCRIVE QUELLO CHE C'E' DAVANTI ALLE PARENTESI UGUALI

$$x(2 - x) + 3b(2 - x) = (2 - x)(x + 3b)$$

DIFFERENZA DI QUADRATI = SOMMA PER DIFFERENZA**QUANDO? 2 TERMINI**

$$A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$$

$$4a^2 - 9b^2 = (2a + 3b)(2a - 3b)$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ (2a)^2 & & (3b)^2 \end{array}$$

QUADRATI

1 \rightarrow 1

4 \rightarrow 2

9 \rightarrow 3

16 \rightarrow 4

25 \rightarrow 5

36 \rightarrow 6

49 \rightarrow 7

64 \rightarrow 8

81 \rightarrow 9

100 \rightarrow 10

DIFFERENZA DI CUBI**QUANDO? 2 TERMINI**

$$A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + B^2 + AB)$$

ESEMPIO

$$\begin{array}{ccccccc} 27x^3 & - & 64 & = & (3x - 4)(9x^2 + 16 + 12x) & & \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ (3x)^3 & & (4)^3 & & (3x)^2 & & (4)^2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{green arrow from } 12x \text{ to } 3x \cdot 4 \\ \text{red arrow from } 3x \text{ to } 3x \cdot 4 \\ \text{blue arrow from } 4 \text{ to } 3x \cdot 4 \end{array}$$

(cambia segno)

SOMMA DI CUBI**QUANDO? 2 TERMINI**

$$A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 + B^2 - AB)$$

ESEMPIO

$$\begin{array}{ccccccc} 27x^3 & + & 64 & = & (3x + 4)(9x^2 + 16 - 12x) & & \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ (3x)^3 & & (4)^3 & & (3x)^2 & & (4)^2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{green arrow from } 12x \text{ to } 3x \cdot 4 \\ \text{red arrow from } 3x \text{ to } 3x \cdot 4 \\ \text{blue arrow from } 4 \text{ to } 3x \cdot 4 \end{array}$$

(cambia segno)

QUADRATO DI BINOMIO

QUANDO? 3 TERMINI

$$9a^2 + \textcircled{6ab} + b^2 = (3a + b)^2$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ (3a)^2 & & (b)^2 \end{array}$$

I DUE TERMINI $9a^2$ E b^2 SONO IL QUADRATO DI $3a$ E b

IL DOPPIO PRODOTTO (2 per) DELLE BASI $3a$ E b è:

$$\boxed{2} \cdot (3a) \cdot (b) = \textcircled{6ab}$$

NOTA: SE IL DOPPIO PRODOTTO È NEGATIVO, UNO DEI DUE TERMINI DELLA PARENTESI È NEGATIVO

$$25x^2 - 10x + 1 = (5x - 1)^2$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ (5x)^2 & & (1)^2 \end{array} \quad \boxed{2} \cdot (5x) \cdot (1) = 10x \text{ DOPPIO PRODOTTO}$$

TRINOMIO SPECIALE / CARATTERISTICO

QUANDO? 3 TERMINI

$$b^2 + 2b - 8 = (b + 4)(b - 2)$$

| | | | | |
|----------|---|------------|---------------|----|
| $S = +2$ | ↘ | $(-4)(+2)$ | $-4 + 2 = -2$ | NO |
| $P = -8$ | ↙ | $(+4)(-2)$ | $+4 - 2 = +2$ | SI |

PRODOTTO SOMMA

$$x^6 - 6x^3 + 5 = (x^3 - 5)(x^3 - 1)$$

| | | | | |
|----------|---|------------|---------------|----|
| $S = -6$ | ↘ | $(+5)(+1)$ | $+5 + 1 = +6$ | NO |
| $P = +5$ | ↙ | $(-5)(-1)$ | $-5 - 1 = +6$ | SI |

PRODOTTO SOMMA

CUBO DI BINOMIO**QUANDO? 2 TERMINI**

$$8a^3 + 12a^2b + 6ab^2 + b^3 = (2a + b)^3$$



$$(2a)^3$$



$$(b)^3$$

VERIFICARE I TRIPLI PRODOTTI

$$\boxed{3} \cdot (2a)^2 \cdot (b) = 3 \cdot 4a^2 \cdot b = 12 a^2 b$$

$$\boxed{3} \cdot 2a \cdot (b)^2 = 3 \cdot 2a \cdot b^2 = 6 ab^2$$

NOTA: SE UN CUBO E UN TRIPLO PRODOTTO SONO NEGATIVI, IL TERMINE DEL CUBO NEGATIVO È NEGATIVO DENTRO LA PARENESI

$$8a^3 - 12a^2b + 6ab^2 - b^3 = (2a - b)^3$$



$$(2a)^3$$



$$(b)^3$$

VERIFICARE I TRIPLI PRODOTTI

$$\boxed{3} \cdot (2a)^2 \cdot (b) = 3 \cdot 4a^2 \cdot b = 12 a^2 b$$

$$\boxed{3} \cdot 2a \cdot (b)^2 = 3 \cdot 2a \cdot b^2 = 6 ab^2$$

CUBI

$$1 \rightarrow 1$$

$$8 \rightarrow 2$$

$$27 \rightarrow 3$$

$$64 \rightarrow 4$$

$$125 \rightarrow 5$$

$$216 \rightarrow 6$$

$$343 \rightarrow 7$$

$$512 \rightarrow 8$$

$$729 \rightarrow 9$$

$$1000 \rightarrow 10$$